Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 4 **2016/17**

Folha do Cap. 4: *Soluções*

---

1. (a) $]-1,1[$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
   (b) $\mathbb{R}$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
   (c) $]-1,1]$, sendo simplesmente convergente em $x=1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
   (d) $[1,2[$, sendo simplesmente convergente em $x=1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
   (e) $\mathbb{R}$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
   (f) $\{2\}$, sendo absolutamente convergente nesse ponto.
   (g) $[-3,-1[$, sendo simplesmente convergente em $x=-3$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
   (h) $\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
   (i) $[-1,1[$, sendo simplesmente convergente em $x=-1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
   (j) $\left]-\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right]$, sendo simplesmente convergente em $x=\frac{8}{3}$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
   (k) $]0,4[$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
   (l) $\left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$, sendo simplesmente convergente em $x=\frac{1}{2}$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.

2.

3. (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 3^n x^n$, para $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$
   (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$, para $-2<x<2$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n (x-1)^n$, para $0<x<2$

4. (a) $T_0^3(x^3+2x+1)=x^3+2x+1$
   (b) $T_\pi^3(\cos x)=-1+\frac{(x-\pi)^2}{2}$
   (c) $T_1^3(xe^x)=e+2e(x-1)+\frac{3}{2}e(x-1)^2+\frac{2}{3}e(x-1)^3$
   (d) $T_0^5(\operatorname{sen} x)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$
   (e) $T_0^6(\operatorname{sen} x)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$
   (f) $T_1^n\left(\frac{1}{x}\right)=1-(x-1)+(x-1)^2+\cdots+(-1)^n(x-1)^n$;
   (g) $T_1^n(\ln x)=(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)^3+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n$.

5. (a) $e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\cdots+\dfrac{x^n}{n!}+\dfrac{e^\theta}{(n+1)!}x^{n+1}$, para algum θ entre 0 e x.

(b)

(c) Por exemplo, $\frac{1}{\sqrt{e}} \simeq T_0^2 f(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$, com erro majorado por $\frac{1}{48}$.

6. $|R_5(3)| \leq \frac{(3-\pi)^6}{6!}$

7.

8. $n = 3$ (ou outro superior a este).

9. $n = 6$

10.